

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΕΠΑΛ 2026

ΘΕΜΑ Α

- A1. Σχολικό Βιβλίο σελ.65  
A2. Σχολικό Βιβλίο σελ.87  
A3. Σχολικό Βιβλίο σελ.27  
A4. α.Λ , β.Σ , γ.Σ, δ.Λ ,ε.Σ

ΘΕΜΑ Β

B1.

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$ ,  $A = \mathbb{R}$   
Η παράγωγος είναι:  $f'(x) = x^2 - 2x - 3$

B2.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ή} \quad x = 3$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↗	↘	↗	
		Τ.Μ.	Τ.Ε.		

**Μονοτονία:** Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στα  $(-\infty, -1]$  και  $[3, +\infty)$ , και γνησίως φθίνουσα στο  $[-1, 3]$ .

**Τοπικό Μέγιστο (Τ.Μ.)** για  $x = -1$ :  $f(-1) = \frac{8}{3}$

**Τοπικό Ελάχιστο (Τ.Ε.)** για  $x = 3$ :

$$f(3) = -8$$

B3.

Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι της μορφής:

$$y = ax + \beta$$

- Ο συντελεστής διεύθυνσης  $a$  είναι:

$$a = f'(0) = 0^2 - 2(0) - 3 = -3$$

$$\text{Άρα: } y = -3x + \beta$$

- Η γραφική παράσταση  $C_f$  διέρχεται από το σημείο  $A(0, f(0))$  ή  $A(0, 1)$ , αφού  $f(0) = 1$

Αντικαθιστούμε τις συντεταγμένες του σημείου  $A(0, 1)$  στην εξίσωση:

$$1 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$$

Συνεπώς, η εξίσωση της εφαπτομένης είναι:

$$y = -3x + 1$$

B4.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -1 - 3 = -4$$

ΘΕΜΑ Γ

Δεδομένα: 4, 5, 4, κ, 0, 3, 7

Γ1.

$$\bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = \frac{4}{1}$$

$$\Leftrightarrow 23 + \kappa = 28$$

$$\Leftrightarrow \kappa = 5$$

Γ2.

Δείγμα σε αύξουσα σειρά: 0, 3, 4, 4, 5, 5, 7

$$v = 7, \quad \delta = t_4 = 4$$

Γ3.

$$s^2 = \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{7}$$

$$= \frac{16+1+0+0+1+1+9}{7}$$

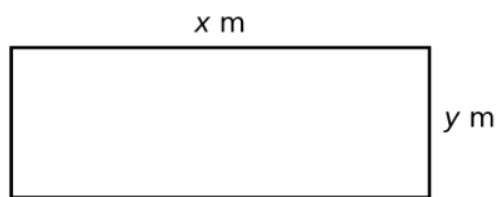
$$= \frac{28}{7} = 4$$

Γ4.

$$s = \sqrt{s^2} = 2$$

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\% > 10\%$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

$$E = 100 \text{ m}^2 \Rightarrow x \cdot y = 100 \Rightarrow y = \frac{100}{x}, \quad x > 0$$

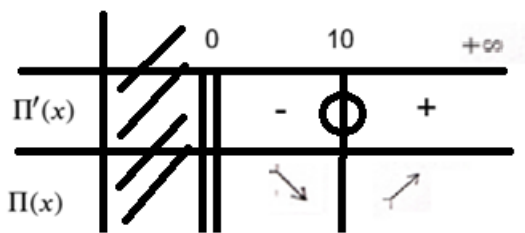
$$\Pi(x) = 2x + 2 \cdot \frac{100}{x}$$

$$= 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0$$

Δ2.

$$\Pi'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2} = \frac{2(x^2 - 100)}{x^2}, \quad x > 0$$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 10$$



Ο.Ε.

- Η  $\Pi$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $(0, 10]$  και γνησίως αύξουσα στο  $[10, +\infty)$ .

Η περίμετρος γίνεται **ελάχιστη** για  $x = 10$  m και:

$$y = \frac{100}{10} = 10 \text{ m}$$

Δηλαδή, το τετράγωνο πλευράς 10 m.

Δ3.

$$0 < x_1 < x_2 < 10 \stackrel{\Pi \searrow}{\implies} \Pi(x_1) > \Pi(x_2)$$

$$\text{ρα } \Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0$$

$$x_1 < x_2 \implies x_1 - x_2 < 0$$

$$A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$$

Δ4.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2(x^2-100)}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)(\sqrt{10x} + 10)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(10x - 100)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x - 10)(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2 \cdot 10(x - 10)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{10x^2} = \frac{20 \cdot 20}{5 \cdot 10^2} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ  
ΡΕΝΙΑ ΦΑΡΣΑΡΗ  
ΤΣΙΧΛΑΚΗΣ ΣΠΥΡΟΣ